УДК 539.182

# ОЦЕНКА АМПЛИТУД И ВЕРОЯТНОСТЕЙ МНОГОЭЛЕКТРОННЫХ ПЕРЕХОДОВ В АТОМАХ НА ОСНОВЕ МНОГОЧАСТИЧНОЙ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

В.А. Килин, Р.Ю. Килин

Томский политехнический университет E-mail: vak@tpu.ru

Излагается подход к получению приближенных формул для оценки амплитуд и вероятностей многоэлектронных переходов в атомах. Приближенные формулы получены на основе точных, в рамках определенного порядка теории возмущений, выражений и физически обосновываются. Подход позволяет не только сравнительно просто оценивать вероятности переходов и сечения процессов, но и открывает возможность выявлять доминирующие физические механизмы переходов. Рассматриваются приближения встряски, резонанса в непрерывном спектре, резонанса в дискретном спектре, неортогональных орбиталей.

#### Введение

В работе [1] изложен единый методологический подход к теоретическому расчету спектральных характеристик многоэлектронных атомов с учетом корреляционных взаимодействий, основанный на применении нестационарной многочастичной теории возмущений (ТВ) в представлении вторичного квантования и квантовой теории углового момента. Проведение таких расчетов, особенно в случае сложных многоэлектронных переходов, требует определенного уровня квалификации в области теории атома и наличия соответствующего программного обеспечения. Предлагаемый в настоящей работе подход к получению приближенных формул для амплитуд и вероятностей многоэлектронных переходов в атомах и полученные результаты позволяют исследователю сравнительно просто и достоверно оценивать эти физические характеристики, основываясь на данных экспериментов и результатах расчетов других авторов. Подход дает возможность выявлять основные физические механизмы наблюдаемых переходов, что немаловажно для правильной трактовки экспериментальных данных и понимания физики многоэлектронных процессов. Приближенные формулы основаны на точных, в рамках определенного порядка ТВ, выражениях для амплитуд переходов. Приближения связаны с учетом в амплитудах лишь некоторых слагаемых, дающих основной вклад, и имеют определенное физическое обоснование.

## Модельные оценки амплитуд и вероятностей переходов

В некоторых случаях вклады отдельных промежуточных одноэлектронных состояний k в точную, в рамках определенного порядка TB, амплитуду перехода значительно превосходят вклады других виртуальных состояний. Поэтому они могут быть использованы для приближенной оценки вероятности перехода. При этом упрощения, связанные с учетом в амплитуде лишь некоторых слагаемых, имеют физическое обоснование.

Нижеприводимые модельне оценки — резонанс в непрерывном спектре, резонанс в дискретном спектре, приближение неортогональных орбиталей, приб-

лижение встряски — показаны на примере трехэлектронного Оже-перехода (СО-перехода)  $i_1i_2 \rightarrow f_1f_2f_3+q$  между начальным состоянием  $\Phi_i$ с двумя вакансиями  $i_1$  и  $i_2$  и конечным  $\Phi_{fq}$  с тремя вакансиями  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  и электроном  $e_q$  в непрерывном спектре, рассмотренного в [1]. Выражения для парциальных амплитуд переходов этого вида и соответствующие им фейнмановские диаграммы приведены в [1].

#### 1. Резонанс в непрерывном спектре (континууме)

Это приближение справедливо, если переход наиболее вероятно осуществляется по двухступенчатой "траектории" через некоторое промежуточное состояние  $k=k_0>F$  непрерывного спектра, при котором энергетический знаменатель  $E_{klmn}$  какойлибо парциальной амплитуды обращается в нуль. Пусть такая ситуация имеет место в  $(k=k_0)$ , рис. 1.

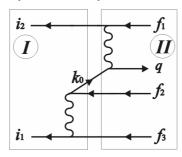


Рис. 1. Резонанс в непрерывном спектре (континууме)

На рисунке видно, что действительно имеет место двухступенчатая "траектория" перехода  $i_1i_2 \rightarrow f_1f_2f_3+q$ : (I) обычный Оже-распад  $i_1 \rightarrow f_2f_3+k_0$  вакансии  $i_1$ , в котором испускается промежуточный Оже-электрон  $k_0$ ; заполнение вакансии  $i_2$  электроном из оболочки  $f_2$ , и (II) передача, за счет кулоновского взаимодействия, дополнительной энергии промежуточному Оже-электрону  $k_0$ , переводящая его в состояние q.

Пусть при этом мнимая часть  ${\rm Im} M_4^{{\scriptscriptstyle (1)}} = -\pi \langle k_0 i_1 | \hat{u} | f_2 f_3 \rangle \langle i_2 q | \hat{u} | f_1 k_0 \rangle$  доминирует над вкладами всех остальных промежуточных состояний. Тогда вероятность перехода  $i_1 i_2 {\longrightarrow} f_1 f_2 f_3 + e_q$  может быть оценена следующим образом:

$$\Gamma \cong \Gamma_A^{i_1} \left| \pi \left\langle i_2 q \left| u \right| f_1 k_0 \right\rangle \right|^2, \tag{1}$$

где  $\Gamma_A^{i_1}$  — вероятность Оже-перехода  $i_1 \longrightarrow f_2 f_3 + k_0$ , в котором испущен промежуточный Оже-электрон  $k_0$  с энергией  $\mathcal{E}_{k_0} \approx \mathcal{E}_{j_1} + \mathcal{E}_{f_3} - \mathcal{E}_{i_2}$ . Второй сомножитель описывает уничтожение электрон-дырочной пары  $(k_0,i_2)$  и порождение пары  $(e_q,f_1)$ , когда Оже-электрон приобретает дополнительную энергию  $\Delta \mathcal{E}_q \approx \mathcal{E}_{k_0} + \mathcal{E}_{f_1} - \mathcal{E}_{i_2}$ .

#### 2. Резонанс в дискретном спектре

Приближение справедливо, если начальное состояние лежит близко по энергии к какому-либо промежуточному состоянию  $k=\overline{k} \le F$  дискретного спектра и, следовательно, эти состояния могут сильно смешиваться. При этом энергетический знаменатель  $E_{klmn}$  какой-либо парциальной амплитуды становится мал или даже обращается в нуль, что приводит к значительному превосходству вклада указанного состояния в полную амплитуду перехода. Пусть, например, такая ситуация имеет место в  $M_1^{(1)}(k=\overline{k} \le F)$ , рис. 2.

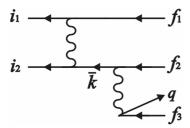


Рис. 2. Резонанс в дискретном спектре

Тогда возможна следующая оценка амплитуды:

$$M_1^{(1)}(\bar{k}) = \sum_{k} \frac{\langle \bar{k}q | \hat{u} | f_2 f_3 \rangle \langle i_1 i_2 | \hat{u} | f_1 \bar{k} \rangle}{\Delta \varepsilon},$$

где  $\Delta \varepsilon \approx \varepsilon_i + \varepsilon_i - \varepsilon_k$  есть малая величина. В этом случае начальное состояние  $\Psi_i^{(0)}$  с двумя вакансиями  $i_1$  и  $i_2$  и промежуточное состояние  $\Psi_{fk}^{(0)}$  с двумя вакансиями  $i_1$  и  $i_2$  и промежуточное состояние  $\Psi_{fk}^{(0)}$  с двумя вакансиями  $f_1$  и  $\overline{k}$  являются почти вырожденными и, следовательно, могут смешиваться, так что реальное состояние описывается их линейной комбинацией  $\widetilde{\Psi}_i = c_1 \Psi_i^{(0)} + c_2 \Psi_{fk}^{(0)}$ . Смешивание будет сильным  $(c_1 \approx c_2)$ , если велик матричный элемент взаимодействия этих состояний,  $\langle i_1 i_2 | u | f_1 \overline{k} \rangle \approx \varepsilon$ . Поскольку  $\langle \Psi_{fk}^{(0)} | \widehat{V} | \Psi_{fk}^{(0)} \rangle = 0$ , а матричный элемент  $\langle \Psi_{fk}^{(0)} | \widehat{V} | \Psi_{fk}^{(0)} \rangle = \langle kq|u|f_2f_3 \rangle \neq 0$  описывает амплитуду обычного Оже-распада вакансии  $\overline{k}$ ,  $\overline{k} \rightarrow f_2f_3 + q$ , вероятность трехэлектронного Оже-распада сильно смешанного состояния будет определяться, в основном, вероятностью Оже-распада  $\overline{k} \rightarrow f_2f_3 + q$  в присутствии дополнительной вакансии  $f_1$ .

Таким образом, в рассматриваемом случае вероятность перехода  $i_i i_i \rightarrow f_i f_i + q$  можно оценить как

$$\Gamma \cong \Gamma_A^{\overline{k}} \left| \frac{\langle i_i i_2 | u | f_i \overline{k} \rangle}{\Delta \varepsilon + i \Gamma_{\overline{k}} / 2} \right|^2, \tag{2}$$

где величина  $\Delta \varepsilon$  называется дефектом резонанса, а  $\Gamma_A^{\bar{k}}$  — ширина промежуточного состояния  $\bar{k}$  относительно Оже-распада  $\bar{k} \rightarrow f_1 f_3 + q$ , учет которой необходим в случае точного или почти точного вырождения начального и промежуточного состояний. Второй сомножитель в (2) отвечает за степень смешивания состояний.

#### 3. Приближение неортогональных орбиталей

Возможен случай, когда вклады некоторых промежуточных состояний в амплитуду перехода значительно превосходят вклады других промежуточных состояний из-за больших значений кулоновских матричных элементов, входящих в числитель парциальных амплитуд. Таковыми обычно являются матричные элементы, содержащие две и более одинаковые радиальные одноэлектронные волновые функции.

Можно, например, ожидать, что матричные элементы  $\langle i_1 i_2 | u | f_1 i_2 \rangle$  и  $\langle f_{2,3} i_1 | u | f_{2,3} f_1 \rangle$ , содержащиеся в парциальных амплитудах  $M_1^{(1)}$  при  $k=i_2$  (рис. 3, a),  $M_5^{(1)}$  при  $k=f_3$  (рис. 3,  $\delta$ ) и  $M_6^{(1)}$  при  $k=f_2$  (рис. 3,  $\delta$ ) являются большими.

Рассмотрим их сумму, пренебрегая остальными промежуточными состояниями и парциальными амплитудами.

$$M^{(1)} \approx \langle i_{2}q | u | f_{2}f_{3} \rangle \times \times \frac{\langle i_{1}f_{2} | u | f_{1}f_{2} \rangle + \langle f_{3}i_{1} | u | f_{3}f_{1} \rangle + \langle i_{1}i_{2} | u | f_{1}i_{2} \rangle}{\varepsilon_{i_{1}} - \varepsilon_{f_{1}}},$$

в которой первый сомножитель описывает амплитуду Оже-перехода  $i_2 \rightarrow f_2 f_3 + q$ , а второй можно представить в виде

$$\frac{\left\langle i_1 \left| F^{(f_2,f_3)} - F^{(i_2)} \left| f_1 \right\rangle \right.}{\varepsilon_{i_1} - \varepsilon_{f_1}}.$$

Как видно из определения,  $F^{(i_2,f_3)}$  и  $F^{(i_2)}$  представляют поправки к самосогласованному полю атома, связанные с отсутствием электрона  $i_2$  в начальном состоянии и электронов  $f_2$  и  $f_3$  – в конечном. Действительно, рассмотрим одноэлектронные состояния  $\widetilde{i}_1$  и  $\widetilde{f}_1$ , удовлетворяющие уравнениям Хартри-Фока

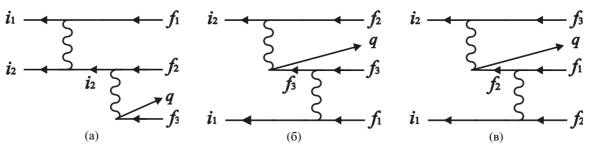


Рис. 3. Приближение неортогональных орбиталей

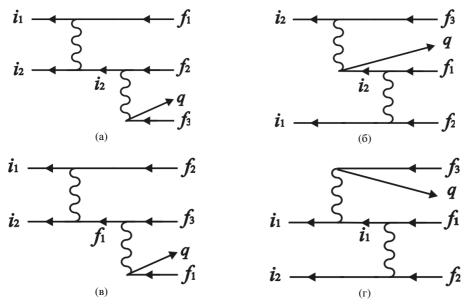


Рис. 4. Диаграммы приближения "встряски"

$$H_{i_2}^{(HF)} \left| \tilde{i_1} \right\rangle = \varepsilon_{\tilde{i_1}} \left| \tilde{i_1} \right\rangle, \quad H_{f_2 f_3}^{(HF)} \left| \tilde{f_1} \right\rangle = \varepsilon_{f_2 f_3} \left| \tilde{f_1} \right\rangle,$$

в которых гамильтонианы  $H_{i_2}^{(\mathrm{HF})}$  и  $H_{f_2f_3}^{(\mathrm{HF})}$  не содержат состояния  $i_2$  и  $f_2, f_3,$  соответственно. Тогда

$$\frac{\left\langle \dot{l}_{1} \left| F^{(f_{2},f_{3})} - F^{(i_{2})} \left| f_{1} \right\rangle \right\rangle}{\varepsilon_{i_{1}} - \varepsilon_{f_{1}}} \approx \frac{\left\langle \tilde{l}_{1} \left| H_{i_{2}}^{(HF)} - H_{f_{2}f_{3}}^{(HF)} \right| \tilde{f}_{1} \right\rangle}{\varepsilon_{\tilde{l}_{1}} - \varepsilon_{\tilde{f}_{1}}} \approx \left\langle \tilde{l}_{1} \left| \tilde{f}_{1} \right\rangle,$$

где  $\langle \widetilde{i}_1 | \widetilde{f}_1 \rangle$  есть интеграл перекрывания между одноэлектронными волновыми функциями  $\widetilde{i}_1$  и  $\widetilde{f}_1$ , рассчитанными в самосогласованном поле атома с вакансией  $i_2$  или вакансиями  $f_2$  и  $f_3$ , соответственно.

Таким образом, вероятность перехода  $i_1i_2 \rightarrow f_1f_2f_3 + q$  можно оценить по формуле

$$\Gamma \cong \Gamma_A^{i_2} \left| \left\langle \tilde{i}_1 \middle| \tilde{f}_1 \right\rangle \right|^2, \tag{3}$$

где  $\Gamma_A^{i_2}$  — вероятность Оже-перехода  $i_2 \rightarrow f_2 f_3 + e_q$ . Выражение (3) соответствует приближению неортогональных орбиталей [2].

### 4. Приближение "встряски"

Можно заметить, что большие значения кулоновских матричных элементов могут содержаться, например, в парциальных амплитудах  $M_1^{(1)}$  при  $k=f_2$  (рис. 4, a),  $M_6^{(1)}$  при  $k=i_2$  (рис. 4,  $\delta$ ),  $M_2^{(1)}$  при  $k=f_1$  (рис. 4,  $\epsilon$ ) и  $M_9^{(1)}$  при  $k=i_1$  (рис. 4,  $\epsilon$ ).

Оценим вклад этих промежуточных состояний, пренебрегая вкладами всех остальных. Выполняя преобразования, аналогичные сделанным в предыдущем разделе, нетрудно получить следующее выражение:

$$\begin{split} M^{(1)} &\approx \left\langle i_1 i_2 \left| u \right| f_1 f_2 \right\rangle \left\langle \bar{q} \left| \bar{f}_3 \right\rangle, \\ \left\langle \bar{q} \left| \left| \bar{f}_3 \right\rangle \right| &= \frac{\left\langle q \left| F^{(f_1)} + F^{(f_2)} - F^{(i_1)} - F^{(i_2)} \right| f_3 \right\rangle}{\varepsilon_q - \varepsilon_{f_3}}, \end{split}$$

где  $\langle \check{q} | \check{f}_3 \rangle$  есть интеграл перекрывания между одноэлектронными волновыми функциями  $\check{q}$  и  $\check{f}_3$ , рассчитанными в поле атома с вакансиями  $i_1, i_2$  и  $f_1, f_2$ ,

соответственно. Выражение описывает изменение самосогласованного поля атома при заполнении вакансий  $i_1$ ,  $i_2$  электронами из оболочек  $f_1$ ,  $f_2$ . Это позволяет рассматривать переход происходящим в два этапа: на первом этапе с амплитудой вероятности  $\langle i_1 i_2 | u | f_1 f_2 \rangle$  заполняются обе начальные вакансии  $i_1$  и  $i_2$  двумя электронами из оболочек  $f_1$  и  $f_2$ , сильно меняя атомное поле; высвободившаяся на первом этапе энергия затрачивается на "стряхивание" третьего электрона из оболочки  $f_3$  за счет внезапного изменения самосогласованного поля атома (иона).

Таким образом, в приближении внезапного возмущения [3], или "встряски" получается следующая оценка вероятности перехода  $i_1 i_2 \rightarrow f_1 f_2 f_3 + q$ :

$$\Gamma \cong 2\pi \left| \left\langle i_1 i_2 \left| u \right| f_1 f_2 \right\rangle \right|^2 \left| \left\langle \bar{q} \right| \bar{f}_3 \right\rangle \right|^2. \tag{4}$$

Поскольку интеграл перекрывания  $\langle \vec{q} | \vec{f}_3 \rangle$  между волновыми функциями дискретного и непрерывного спектра пропорционален величине ( $\varepsilon_q - \varepsilon_{f_3}$ )-1, механизм встряски может давать существенный вклад в вероятность таких переходов, в которых испускается достаточно медленный электрон. Этот вывод был неоднократно подтвержден нашими расчетами [4–13] и работами других авторов.

#### Заключение

Аналогичным образом, анализируя вклады различных промежуточных состояний, можно получать приближенные формулы для оценки вероятностей корреляционных переходов других типов, таких как двойные Оже-переходы [4–6], сателлитные корреляционные Оже-переходы [7], двойная автоионизация [8], автоионизация двукратно возбужденных состояний [9], корреляционные радиационные переходы [10], трехэлектронные радиационные переходы [11], двойная фотоионизация [12], тройная фотоионизация [6].

Однако, при оценивании вероятностей и сечений переходов по приближенным формулам типа

(1—4) важно иметь в виду следующие два обстоятельства. Во-первых, каждый из четырех рассмотренных механизмов может реализоваться при более, чем одном наборе соответствующих одноэлектронных состояний. Это не означает, что вероятность перехода будет равна сумме вероятностей иза наличия интерференционных слагаемых,

$$\left|\sum_{\alpha}M_{\alpha}^{(1)}\right|^{2} 
eq \sum_{\alpha}\left|M_{\alpha}^{(1)}\right|^{2}$$
 . Последние могут либо суще-

ственно уменьшить результирующую вероятность, если частные значения оценочных амплитуд  $M_a^{(1)}$ 

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Килин В.А. Методика расчета амплитуд и вероятностей переходов в атомах с учетом корреляций в рамках многочастичной нестационарной теории возмущений // Известия Томского политехнического университета. 2004. Т. 307. № 6. С. 6—11.
- 2. Купляускис З.Й., Купляускене Ф.В., Тутлис В.И. Об изучении возбужденных состояний атомов с использованием неортогональных радиальных орбиталей // Известия вузов. Физика. 1981. № 3. С. 7—11.
- 3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974. 752 с.
- Килин В.А., Ли И.С. Двойной Оже-распад в рамках МТВ // Известия вузов. Физика. — 1989. — № 7. — С. 78—82.
- Carlson T.A., Krause M.O. Experimental Evidence for Double Electron Emission in an Auger Process // Phys. Rev. Lett. —1965. — V. 14. —№ 11. — P. 390—392.
- Kilin V.A., Ehresmann A., Vollveiler F., Schartner K.-H., Schmoranzer H. Perturbation theory study of triple photoionization. I. Two-step approximations in triple photoionization of Kr in the exciting photon energy region of KrI 3d° np resonances (90 eV-100 eV) // J. Phys. B.:

имеют противоположные знаки, либо наоборот – увеличить, если амплитуды одного знака. Во-вторых, в совокупности вкладов в полную амплитуду могут оказаться слагаемые, отвечающие разным из рассмотренных модельных механизмов. И в этом случае интерференция различных парциальных каналов может существенно уменьшить или увеличить вероятность перехода.

В обоих случаях уже нельзя, строго говоря, приписывать переходу тот или иной механизм в качестве доминирующего — требуется учет всех корреляционных взаимодействий.

- Atom. Mol. Opt. Phys. -1997. -V. 30. -N2 24. -P. 5715–5727.
- Kilin V.A., Lee I.S. Participator-spectator-vacancy satellites in Auger spectra. Probabilities and angular distribution // Proc. of XXII EGAS, Uppsala, Sweden, 1990. — P. 629—631.
- Amusia M.Ya., Kilin V.A., Ehresmann A., Schmoranzer H., Schartner K.-H. Double-autoionization decay of resonantly excited single-electron state // J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. — 1993. — V. 26. — № 26. — P. 1281—1300.
- Kilin V.A., Ehresmann A., Schmoranzer H., Schartner K.-H. Indirect observation of new three electron Auger transitions by PIFS // Abstracts IV ECAMP, Riga, Latvia, 1992. — P. 167.
- Kilin V.A., Kharlova A.N., Ehresmann A., Schmoranzer H., Schartner K.-H. Competition between non-correlative visible and correlative fluorescence transitions in KrIII // J. Phys. B.: Atom. Mol. Opt. Phys. −1995 −V. 28. −№ 22. −P. 4723–4732.
- Ehresmann A., Kilin V.A., Chernysheva L.V., Schmoranzer H., Amusia M.Ya., Schartner K.-H. Three-electron radiative transitions // J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. −1993. −V. 26. −№ 5. −P. L97–L102.
- 12. Carter S. L., Kelly H.P. Double photoionization of neon and argon// Phys. Rev. A. −1977. −V. 16. −№ 4. −P. 1525−1534.